Nom:..................................

Prenom:................................

No Apogée:.............................

Universite Ibn Tofail

ENSA- KENITRA

ANP-S4

Contrôle Analyse Numérique

Durée 1h 30 mn - 20 Juin 2020

Exercice 1 *Cocher les bonnes réponses ou remplacer le carreau* $\square$ *par* $\blacksquare$ *:*

converge := cv

1. *On se proppose d'approcher les solutions de l'équation de variable réel* x *:* $x - e^{-\alpha . x} = 0$ *(1) avec* $0 < \alpha < 1$.

Question 1	l'équation (1) admet			
Réponses	une solution		une unique solution	
possibles	oui $\square$	non $\square$	oui $\square$	non $\square$

2. *En cas d'existence, la solution sera notée* l. *Soit* g *la fonction définie sur* R *par :* $g(x) = e^{-\alpha . x}$

Question 2	La fonction g est :		La fonction g' est :	
Réponses	de C^1	lipshizienne	bornée	non bornée
possibles	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

3. *On définit la méthode du poit fixe par la suite récurrente (F) :* $\begin{cases} x_0 & \in R^+ \\ x_{n+1} & = h(x_n) \end{cases}$ *où* h *est la restriction de* g *sur* R^+.

Question 3	la méthode (F) cv			
Réponses	géométriquement	linéairement	lentement	Rapidement
possibles	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

4. *Dans cette question on vous demande de préciser l'ordre de convergence de (F).*

Question 4	l'ordre de convergence de la méthode (F) est			
Réponses	0	2	$p \geq 1$	1
possibles	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

5. *Pour approcher la solution* l *de l'equation (1) on utilisera cette fois-ci La méthode de NEWTON (N).*

Question 5	La méthode de NEWTON (N) s'écrit :		
Réponses possibles	$\begin{cases} x_0 & \in R^+ \\ x_{n+1} & = x_n - \frac{e^{-\alpha x_n}}{-\alpha e^{-\alpha x_n}} \end{cases}$	$\begin{cases} x_0 & \in R^+ \\ x_{n+1} & = x_n - \frac{e^{-\alpha x_n} - x_n}{-\alpha e^{-\alpha x_n} - 1} \end{cases}$	$\begin{cases} x_0 & \in R^+ \\ x_{n+1} & = \phi(x_n) \end{cases}$ où $\phi(x) = x + \frac{e^{-\alpha . x} - x}{\alpha e^{-\alpha . x} + 1}$
	$\square$	$\square$	$\square$

6. *On veut étudier la vitesse de convergence de la méthode (N).*

Question 6	*La méthode de NEWTON (N) cv*			
Réponses	linéairement	quadratiquement	lentement	rapidement
possibles	☐	☐	☐	☐

7. *On approche la solution l de l'équation (1) par les itérations de la suite (S) :* $u_n = 2^n \sin \frac{l}{2^n}$, $n \in N$.

Question 7	*Le développement de la suite u_n au voisinage de $+\infty$ est*			
Réponses	$e^{-\alpha . l} - \frac{e^{-3\alpha . l}}{6}\frac{1}{4^n} + o(\frac{1}{4^n})$		$l - \frac{l^3}{6}\frac{1}{4^n} + o(\frac{1}{4^n})$	
possibles	oui ☐	non ☐	oui ☐	non ☐

8. *Ordre et vitesse convergence. Soit v_n une suite donnée*

Question 8	*Si l'ordre de convergence p> 2. Alors v_n*			
Réponses	cv rapidement	est d'ordre k, $\forall k \geq p$	est d'ordre k, $\forall k \leq p$	est d'ordre k pour un $k \leq p$
possibles	☐	☐	☐	☐

9. *Pour accélérer la vitesse de convergence de la suite (S), on propose la métode de Richardson.*

Question 9	*La première suite de Richardson est donnée par*		*La seconde suite de Richardson est donnée par*	
Réponses	$R_{n,1} = \frac{4u_{n+1} - u_n}{3}$		$R_{n,2} = \frac{16u_{n+1} - u_n}{15}$	
possible	oui ☐	non ☐	oui ☐	non ☐

Exercice 2 *On considère le signal :*

$$u_n = \begin{cases} 0 \text{ si } n > m \\ e^{-n} \text{ si } n \leq m \end{cases}$$

m,n deux entiers tels que $m \geq 0$.

1. *Soit z un nombre complexe vérifiant* $|z| > e^{-1}$.

Question 10	*La transformée en z de u_n est la fonction*		
Réponses	$\frac{1}{1-ez}$	$\frac{-(ez)^{-m}}{ez-1}$	$\frac{1-((ez)^{-1})^m}{1-(ez)^{-1}}$
possibles	☐	☐	☐

2. *Soit z un nombre complexe vérifiant* $|z| \leq e^{-1}$.

Question 11	*La transformée en z de u_n est la fonction*		
Réponses	$\frac{1}{1-ez}$	$\frac{(ez)^{-m}}{1-ez}$	autre
possibles	☐	☐	☐